

無限周期構造による散乱波群の方向と数に関する検討*

○藤本卓也 (四元音響)

1 はじめに

無限に周期的な構造が平面波入射時に生じる散乱波は、波長と構造周期および入射角によって決まるいくつかの反射方向にのみ平面波伝搬する。周期壁による音波散乱の程度は、散乱ビームの数、方向、強さにより左右される。それらは波動理論に基いた計算手法^[1]により求められるが、散乱ビーム群の方向や数に関する直感的イメージは数式からは得にくい。そこで今回、遠方まで伝搬する散乱ビームの数と方向にだけ絞りを絞り、それらを方向ベクトルで図示して散乱イメージを把握するとともに、拡散入射を想定した際に各入射ビームが生じる散乱波数の期待値について、周期/波長との関係を整理した。

2 散乱波の波数ベクトル

x, y 方向にそれぞれ周期 D_x, D_y を持つ 2 次元周期構造に、波数 k の平面波が θ, ϕ 方向から入射する場合、散乱要素波の波数ベクトル $\mathbf{k}_s(\alpha_p, \beta_q, \gamma_{p,q})$ は次式で表される^[2]。

$$\alpha_p = k \sin \theta \cos \phi + 2\pi p / D_x \quad (p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$\beta_q = k \sin \theta \sin \phi + 2\pi q / D_y \quad (q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$\gamma_{p,q} = \begin{cases} \sqrt{k^2 - (\alpha_p^2 + \beta_q^2)} & (k^2 \geq \alpha_p^2 + \beta_q^2) \\ -j\sqrt{\alpha_p^2 + \beta_q^2 - k^2} & (k^2 < \alpha_p^2 + \beta_q^2) \end{cases}$$

$\gamma_{p,q}$ が実数の場合、散乱要素波は伝搬モードとして遠方まで伝わり、虚数の場合は減衰モードとなる。なお、 x 方向にのみ周期を持つ 1 次元周期構造の場合、 y 方向波数は常に入射波と同じ一定値 $k \sin \theta \sin \phi$ をとる。

3 散乱波ベクトルのイメージ

x 方向に周期的な 1 次元周期構造による散乱ベクトル群が、 D_x / λ (λ は波長) によって受ける影響を Fig. 1 に示す。入射角は $\theta = 45^\circ$ 、 $\phi = 0^\circ$ で固定した。各散乱イメージ図において、青は入射波、赤は鏡面反射波、オレンジは散乱波群の方向ベクトルで、5 波長分を示した。

グレーは構造周期を示し、また入射ベクトルの xy 平面への正射影を水色で示した。図中右上の数値 n は伝搬モードとなる散乱波の数であり、鏡面反射を含む。Fig. 1 から D_x / λ を大きくすれば n が増える様子が確認される。

入射角 θ による影響を Fig. 2 に示す。 $\phi = 0^\circ$ の場合、散乱波数 n や散乱ベクトルの離散性は、 θ の影響をあまり受けないことがわかる。

入射角 θ を 75° で固定し、 ϕ を変化させた場合を Fig. 3 に示す。 ϕ が 90° に近づくにつれ入射波に対する構造の周期性が相対的に低下し n が少なくなる。この特徴は θ が大きいほど顕著であり、 $\theta = \phi \approx 90^\circ$ では鏡面反射以外の散乱成分が生じない。すなわち、1 次元周期構造では、あらゆる入射角に対して散乱性を確保することは困難といえる。 $\phi = 90^\circ$ のまま θ が小さくなると、再び散乱波が生じ始める (Fig. 4)。なお、Fig. 2~Fig. 4 に見られる散乱ベクトル群は、 $\phi = 0^\circ$ の場合 xz 平面内で、 $\phi > 0^\circ$ では y 軸を軸とする円錐状に広がる。

x, y 方向の周期が等しい 2 次元周期構造における入射角の影響を Fig. 5 に示す。散乱波数 n や散乱ベクトルの離散性に入射角が与える影響は 1 次元周期構造と比較して小さいことがわかる。

4 散乱ベクトル群の離散性

散乱イメージを真上から見た Fig. 6 では、散乱ベクトル群の先端が x 方向と y 方向でそれぞれ等間隔な格子状に並ぶ。

波数ベクトルの xy 平面上への正射影として同様に表したものが Fig. 7 である。格子間隔は、 x 方向が $2\pi / D_x$ 、 y 方向が $2\pi / D_y$ であり、鏡面反射成分が格子点を通るように格子全体の配置が決まる。散乱ベクトルは格子点のうち、円 C (xy 平面上で中心は原点、半径は波数 k) の内側にのみ存在する。円 C の外側にある格子点は、減衰モードとなり遠方へ伝搬しない散乱成分に対応する。

ある格子線上に並ぶベクトル群は、3 次元

* Study of directions and quantity of sound beams scattered by infinite periodic structure, by FUJIMOTO, Takuya (Yotsumoto Acoustic Design Inc.).

空間では原点を中心に円錐状に広がり、その格子線を含む鉛直平面と円 C との交点と、座標原点とを結ぶ線分が円錐の母線となる。

Fig. 8は1次元周期構造の場合であり、 x 方向にのみ周期を持つ。散乱波群の y 方向波数は入射波のそれと全て一致する。

5 拡散入射

Fig. 9 (a)(b)は $\pi/2$ 空間からの拡散入射を想定した離散入射ビームが、周期壁により拡散する様子を示している。真上から見た場合、散乱波の波数ベクトル離散格子に応じた間隔で、鏡面反射成分 (赤) が複写された形で散乱波群が現れる。 2π 空間からの拡散入射を想定した(c)でも同様の模様が現れ、散乱方向に

関して粗密が生じることがわかる (Fig. 10)。

拡散入射する各ビームが生じる散乱ビーム数 n の期待値の計算結果をFig. 11に示す (離散入射ビーム数は 656,574 で計算)。周期条件によって D_x/λ に対する n の増加傾向が大きく左右される一方、構造周期が半波長未満の場合は、常に鏡面反射だけが生じる。

参考文献

- [1] 例えば Fujimoto *et al.*, *Appl. Acoust.*, 64, 525-532, 2003.
- [2] 例えば 小口他, *音響学会誌*, 59 卷 (2), 70-79, 2003.

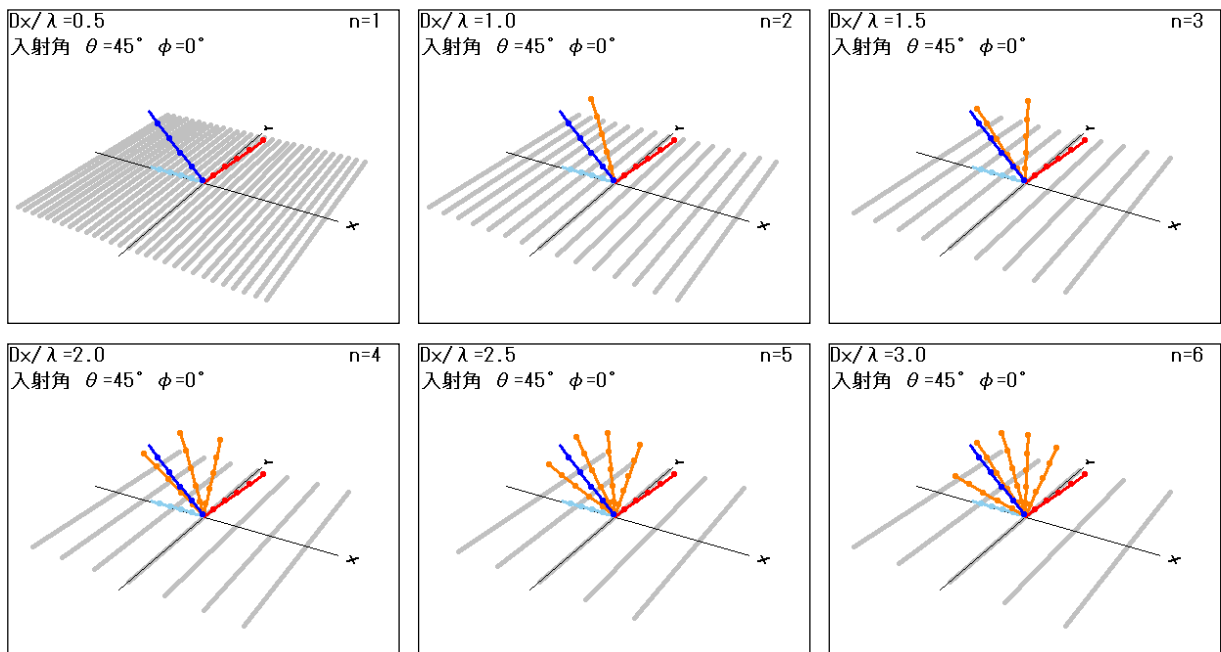


Fig. 1 Changes of scattering from 1D-diffuser with D_x/λ (incident angle: $\theta=45^\circ$, $\phi=0^\circ$).

D_x is period of wall (x -direction) and λ is wave length. — incident; — specularly reflection; and — scattered beams (each vector length = 5λ)

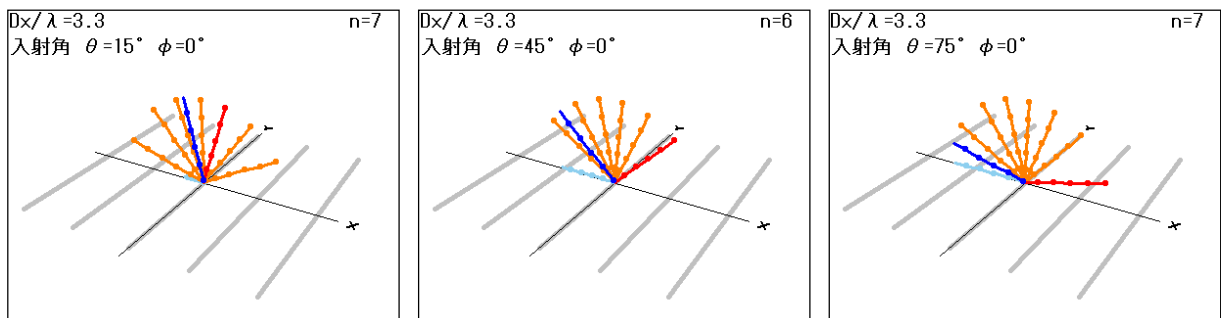


Fig. 2 Changes of scattering from 1D-diffuser with incident angle θ ($\phi=0^\circ$).

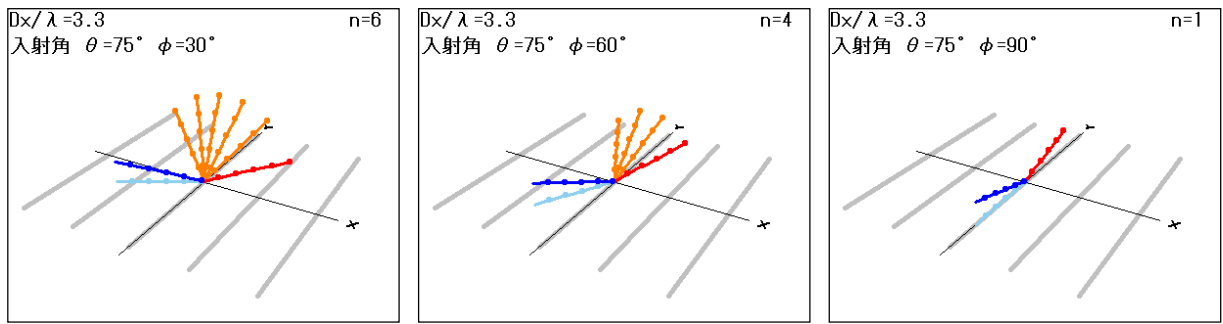


Fig. 3 Chages of scattering from 1D-diffuser with incident angle ϕ ($\theta=75^\circ$).

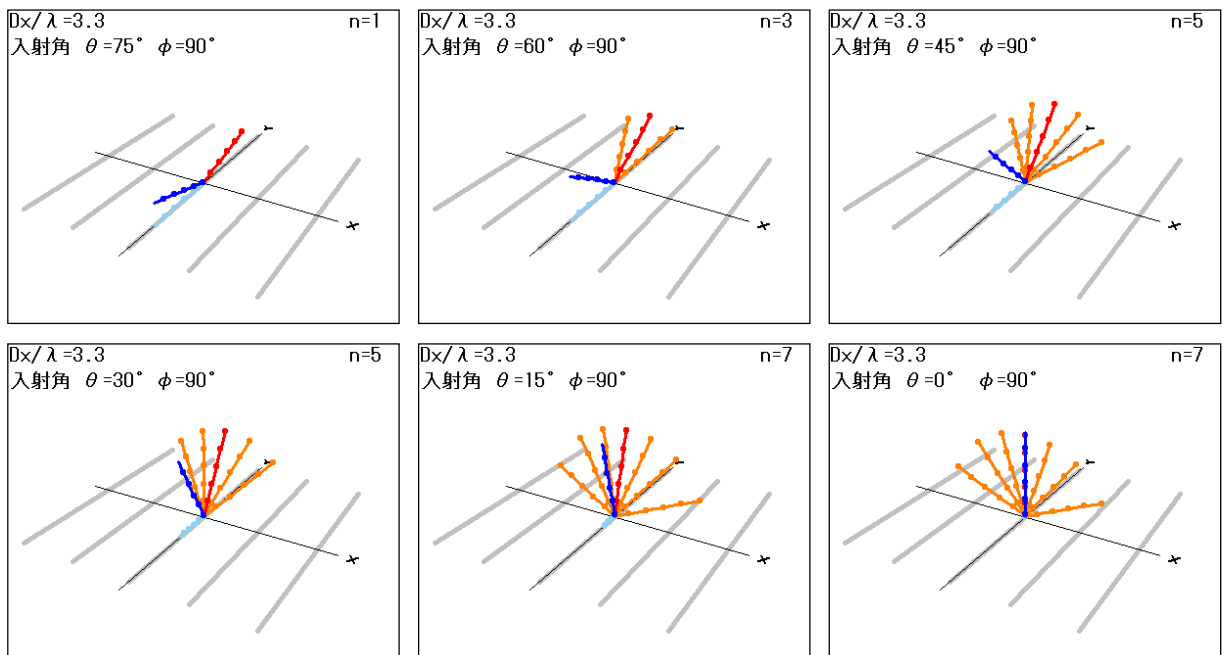


Fig. 4 Chages of scattering from 1D-diffuser with incident angle θ ($\phi=0^\circ$).

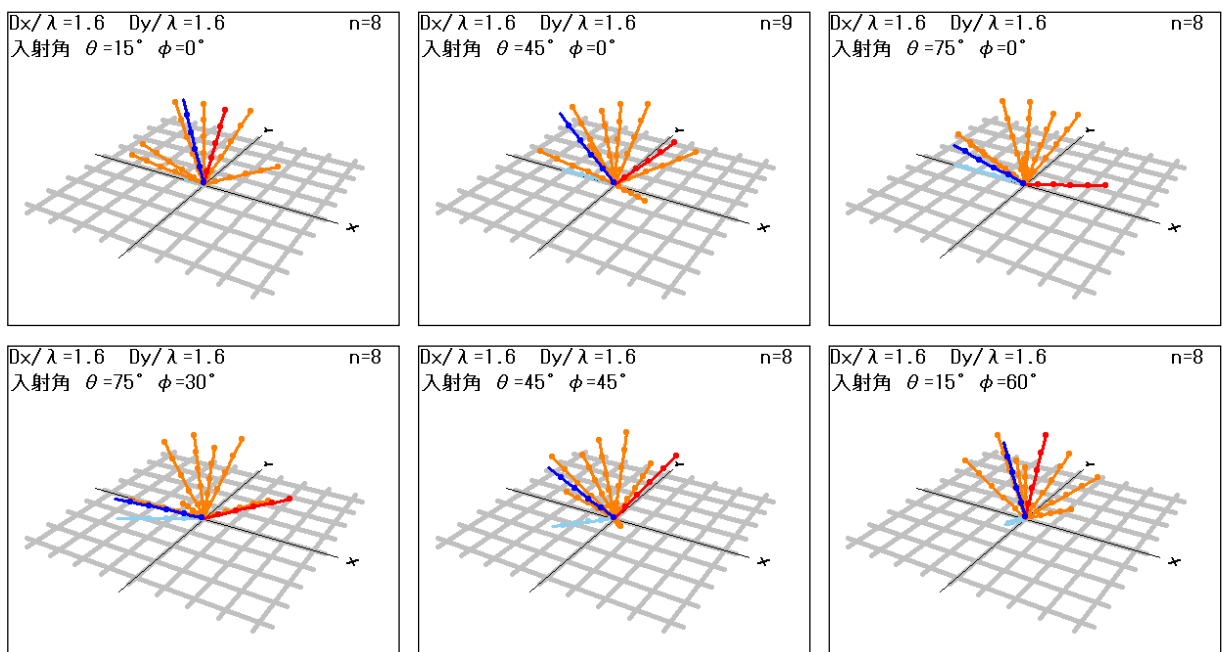


Fig. 5 Chages of scattering from 2D-diffuser with incident angle.

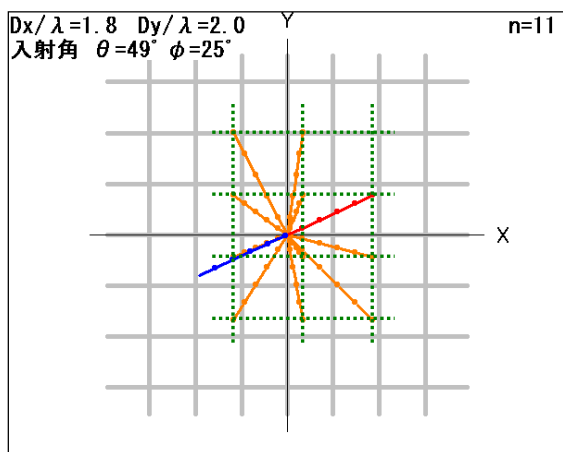


Fig. 6 Example of orthogonal projection of scattering vectors on xy-plane.

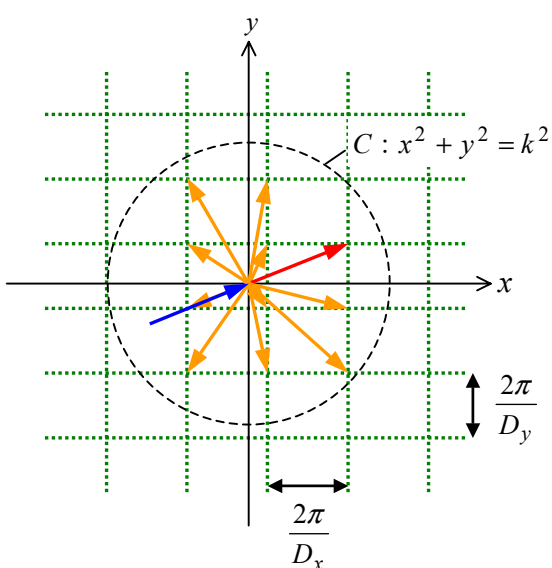


Fig. 7 Orthogonal projection of wavenumber vectors on xy-plane.(2D-diffuser).

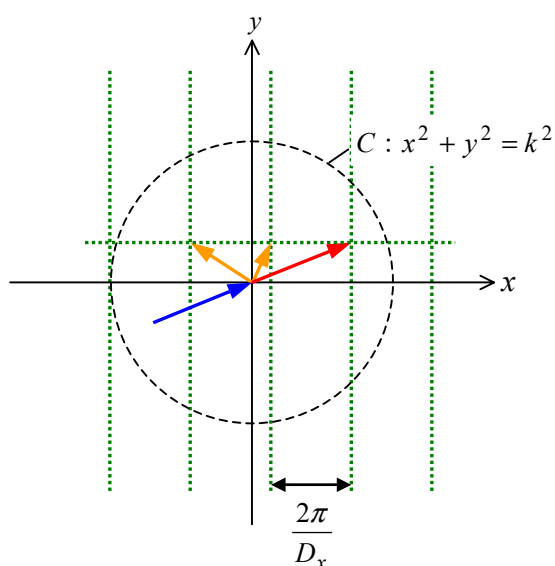


Fig. 8 Orthogonal projection of wavenumber vectors on xy-plane.(1D-diffuser).

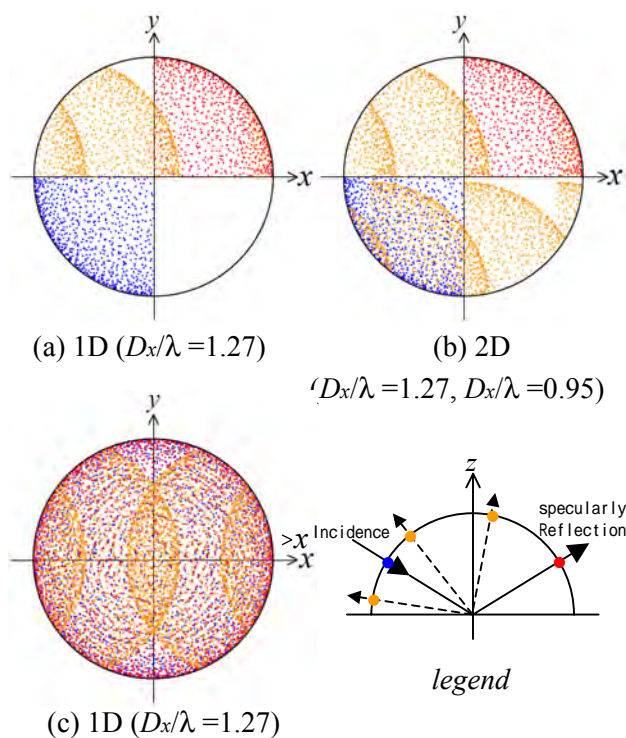


Fig. 9 Distribution map of incident and scattering beams on diffuse incident from $\pi/2$ space (a, b) and 2π space(c).

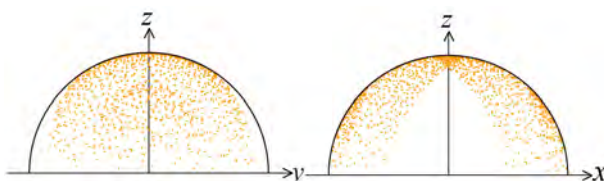


Fig. 10 Side view of Fig. 9(c) except incident and specularly reflection beams.

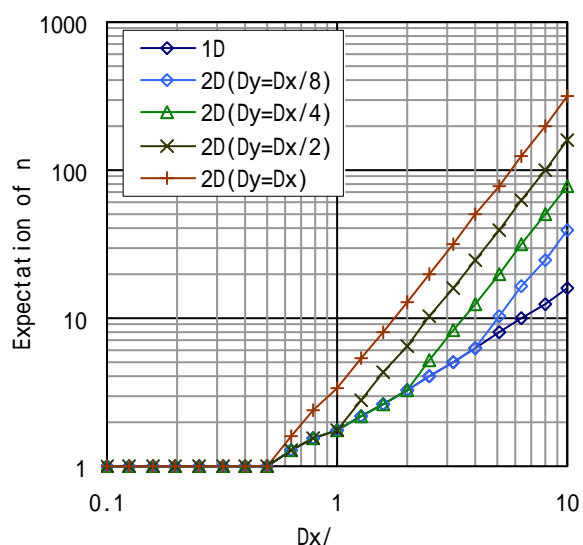


Fig. 11 Expectation of number of scattering beams arise from each incident beam in the diffuse field.

【訂正】

Fig. 10 を以下の通り訂正いたします。
(発表会場にて訂正した図)

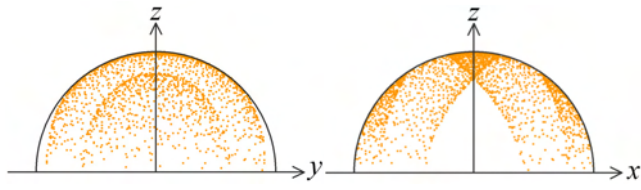


Fig.10' Side view of Fig. 9(c) except incident and specularly reflection beams.

(revised)