

指向性を持つ無限長線音源の幾何学的距離減衰特性*

○藤本卓也 (四元音響)

1 はじめに

非干渉線音源の伝搬特性は、無指向性の場合については古くに検討され^[1]、多くの文献等で引用されているが、指向性を持つ場合は、例えば鉄道騒音の予測手法^[2]などで特定の指向性に関する検討が行われているものの、一般化された伝搬式としては示されていない。

本報では、線音源が軸対称な任意の指向性を持つ場合について、インテンシティおよび音圧の予測式を定式化すると共に、単一指向性を持つ無限長音源について、指向性強度の影響を検討した結果を報告する。

2 指向性による音響パワ配分

便宜上、鉛直線音源を仮定し、音源要素 dl から仰角 θ 方向への放射指向特性が区間 $(-\pi/2, \pi/2)$ で関数 $D(\theta) \geq 0$ により表されたとする。

dl を中心に Fig. 1 のように受信球面をとった場合、球面上の微小面 dS の原点からの見込み角は $\cos\theta d\theta d\phi$ で与えられる。 dl から dS 方向に配分される単位立体角あたりの音響パワを $AWdlD(\theta)$ (ただし A は未知の定数、 W は音源の単位長さあたりの放射パワ) で表すと、 dS に入射するパワは $AWdlD(\theta)\cos\theta d\theta d\phi$ で、これを全球面で積分した値が、 dl の放射パワ Wdl と等しくなる関係から、定数 A が次式により定められる。

$$A = \left(2\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} D(\theta) \cos\theta d\theta \right)^{-1} \quad (1)$$

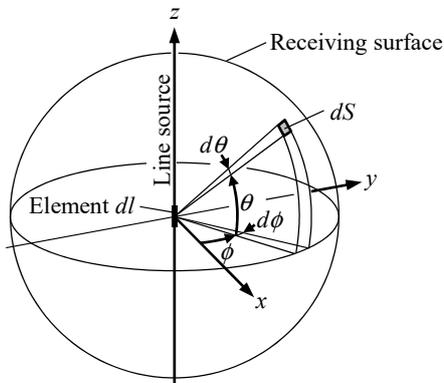


Fig. 1 Geometry of line source element and receiving surface.

3 インテンシティ

Fig. 2 のように受信点 P を x 軸上の $x=r$ にとり、 P から俯角 $(\theta, \theta+d\theta)$ にある音源要素 dl を考えた場合、 P を含む x 軸と直交する微小面 dS_x に dl から入射するパワ $dW_{in,x}$ は、 dl から dS_x を見込む立体角を $d\Omega_x$ として、

$$dW_{in,x} = AWdlD(\theta)d\Omega_x \quad (2)$$

$d\Omega_x = dS_x (\cos^3\theta)/r^2$ 、 $dl=(r/\cos^2\theta)d\theta$ を代入し、

$$dW_{in,x} = [AW(1/r)D(\theta)\cos\theta d\theta] dS_x \quad (3)$$

dl による P における x 方向 (垂直方向) のインテンシティ成分は $dW_{in,x}/dS_x$ であり、無限長線音源によるインテンシティ I_{norm} は、

$$I_{norm} = AW(1/r) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} D(\theta) \cos\theta d\theta \quad (4)$$

となり、式(1)を代入すると次式を得る。

$$I_{norm} = \frac{W}{2\pi r} \quad (5)$$

式(5)は $D(\theta)$ を含まず、音源軸と垂直なインテンシティ成分は指向性に依らず、「従来の式」と一致する。音源の単位長さあたりのパワレベルを L_w 、インテンシティレベルの垂直成分を $L_{l,n}$ として式(5)をレベル表示すると、

$$L_{l,n} = L_w - 8 - 10 \log_{10} r \quad (6)$$

一方、 P を含む z 軸と直交する微小面 dS_z に dl から入射するパワ $dW_{in,z}$ は、 dl から dS_z の見込み角が $dS_z \sin\theta (\cos^2\theta)/r^2$ であることより、

$$dW_{in,z} = [AW(1/r)D(\theta)\sin\theta d\theta] dS_z \quad (7)$$

となり、無限長線音源による z 方向 (軸方向) のインテンシティ I_{axis} は、次式となる。

$$I_{axis} = AW(1/r) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} D(\theta) \sin\theta d\theta \quad (8)$$

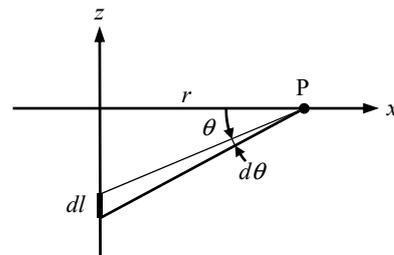


Fig. 2 Line source element dl on the z -axis and receiver P on the x -axis ($x=r$).

* Geometrical attenuation from a directional line source of infinite length, by FUJIMOTO, Takuya (Yotsumoto Acoustic Design Inc.).

$D(\theta)$ が偶関数の場合、式(8)における非積分関数 $D(\theta)\sin\theta$ は奇関数で、 $(-\pi/2, \pi/2)$ の積分により $I_{axis}=0$ となる。一方 $D(\theta)$ が偶関数でない場合、その奇関数成分 $[D(\theta)-D(-\theta)]/2$ が影響して I_{axis} は正負いずれかの値を持ち、 P において軸方向にもエネルギー流が生じる。このときインテンシティベクトルは音源軸と直交せず、その大きさは式(5)の値を超過する。

なお、インテンシティレベルの距離減衰は、垂直方向、軸方向ともに -3dB/DD である。

4 音圧レベル

Fig. 2 において音源要素 dl による受音点 P でのエネルギー密度 dE は次式で与えられる。

$$dE = \frac{1}{c} \cdot \frac{AWdlD(\theta)}{(r/\cos\theta)^2} = \frac{AW}{cr} D(\theta) \quad (9)$$

無限長線音源からのエネルギー密度 E は、

$$E = \frac{AW}{cr} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} D(\theta)d\theta \quad (10)$$

平均2乗音圧 $p^2 = \rho c^2 E$ 、 $p_0^2 / (\rho c) \approx 10^{-12}$ (c : 音速、 ρ : 空気密度、 p_0 : 音圧基準値) を用いてレベル表示すると、 P での音圧レベル L_p は、

$$L_p = L_w + 10 \log_{10} \left(\frac{A}{r} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} D(\theta)d\theta \right) = L_{l,n} + \Delta L, \quad (11)$$

$$\Delta L \equiv 10 \log_{10} \left(\frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} D(\theta)d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} D(\theta)\cos\theta d\theta} \right)$$

ΔL は音圧レベル L_p の垂直方向インテンシティレベル $L_{l,n}$ に対するレベル差であり、 $D(\theta)$ に依存する定数であって常に正または0の値をとる。無限長音源に対する音圧レベルの距離減衰も常に -3dB/DD である。

5 単一指向性の指向性強度の影響

Fig. 3 に単一指向性を持ついくつかの $D(\theta)$ に関する ΔL の計算結果を示す。各 $D(\theta)$ は次数 n の増加に伴い指向性が鋭くなる特徴を持つ。なお Fig. 3 中の指向性パターンは上半分を線形表示、下半分を dB 表示している。

case1 は垂直方向の単一指向性を表す \cos^n の項と無指向性との混合型で、係数 a により混合比が変化する。 $a=0$ は常に無指向性で、 $\Delta L=2$ である ($L_p=L_w-6-10\log_{10}r$)。 $a=1$ は指向性成分のみで、 n の増加に伴い ΔL は0に収束する。 $0 < a < 1$ では常に $0 < \Delta L < 2$ で、 n の増加と共に無指向性成分の影響が相対的に大きくなり、 ΔL は2に収束する。

case2 は係数 a によって指向性が強くなる方向 θ_0 が変化する ($\theta_0 = a\pi/2$)。 $a=1$ では音源軸方向に指向性を持ち、 $n \geq 1$ で ΔL は単調増加し、 $n = \infty$ で発散する。 $a < 1$ の場合 $n = \infty$ で ΔL は $-10\log_{10}(\cos\theta_0)$ に収束する。その場合、 $D(\theta) = \delta(\theta - \theta_0)$ (δ はディラックのデルタ関数) で表現でき、音圧レベルは最大インテンシティレベルと一致する。 $\theta_0=0$ のときインテンシティベクトルは音源軸と直交し、 $\Delta L=0$ となる。あらゆる $D(\theta)$ の中で $\Delta L=0$ となるのはこのケース ($D(\theta) = \delta(\theta)$) のみである。

6 有限長音源について

有限長音源に対しては、式(4)、式(8)、式(10)の積分範囲を、受音点 P からみた音源の俯角範囲に置換すればよい。

参考文献

- [1] Z.Mackawa, Appl. Acoust., 3, 225-238, 1970.
- [2] 森藤他, 騒音制御, Vo.20, No.3, 32-37, 1996.

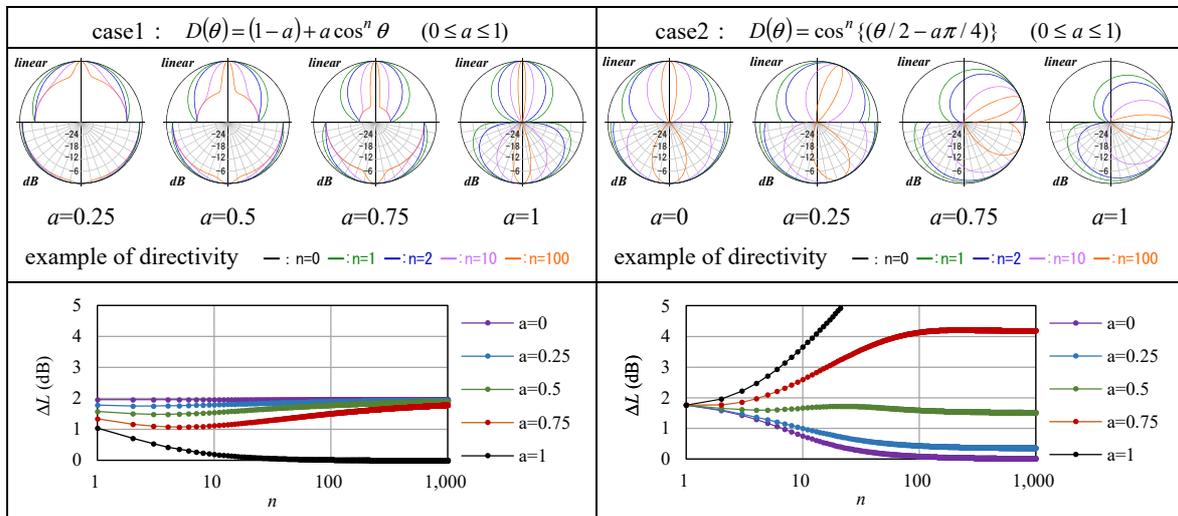


Fig. 3 Examples of uni-directional function $D(\theta)$ that directivity becomes stronger with its index n , and calculations of ΔL as a function of index n of each $D(\theta)$.

正誤表

頁	箇所	誤	正
2	式(9)	$dE = \frac{1}{c} \cdot \frac{AWdD(\theta)}{(r/\cos\theta)^2} = \frac{AW}{cr} D(\theta)$	$dE = \frac{1}{c} \cdot \frac{AWdD(\theta)}{(r/\cos\theta)^2} = \frac{AW}{cr} D(\theta) \underline{d\theta}$